

KONZERVE

Izračunajmo prvo ukupan broj bodova koji se na početku dobiva za ispaljeni metak na visini h . Neka nizovi $C(i)$, $S(i)$ i $B(i)$ označavaju broj crnih, sivih i bijelih konzervi u i -tom stupcu. Neka je $X_i(h)$ vrijednost konzerve koja se nalazi u i -tom stupcu na visini h , a $X(h)$ ukupan broj bodova koji se na početku dobiva za ispaljeni metak na visini h . Vrijedi:

$$X(h) = \sum_{i=1}^N X_i(h)$$

Gornjom relacijom ne možemo efikasno izračunati $X(h)$, stoga uvodimo pomoćne nizove $Y_i(h)$ koji označavaju razliku vrijednosti konzerve u i -tom stupcu na visini h i konzerve na visini $h-1$, a koji su pogodni jer imaju najviše četiri vrijednosti različite od 0. Vrijedi:

$$Y_i(h) = X_i(h) - X_i(h-1)$$

$$X_i(h) = \sum_{j=1}^h Y_i(j)$$

Neka je $Y(h)$ zbroj svih nizova $Y_i(h)$. $Y(h)$ možemo efikasno izračunati ako znamo na kojim se pozicijama u nizu $Y_i(h)$ nalaze vrijednosti različite od 0. To su pozicije 1, $C(i)+1$, $C(i)+S(i)+1$ i $C(i)+S(i)+B(i)+1$.

Konačno, $X(h)$ dobivamo sumiranjem niza $Y(h)$:

$$X(h) = \sum_{i=1}^N X_i(h) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^h Y_i(j) = \sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^N Y_i(j) = \sum_{j=1}^h Y(j) = X(h-1) + Y(h)$$

Sada kada znamo vrijednost konzervi na svakoj visini potrebno je za svaki metak odrediti koji je red konzervi pogodio. Jedan od načina na koji to možemo saznati jest taj da sve visine od 1 do 3300000 ubacimo u strukturu podataka koja može efikasno brisati elemente iz strukture i odgovarati na upite oblika „Koji je K -ti najmanji broj u strukturi?“. Jedna od struktura podataka sa traženim svojstvom je potpuno binarno stablo.

U listove stabla stavimo visine od 1 do 3300000, a svaki unutarnji čvor stabla pamti ukupan broj aktivnih (neizbranih) visina u podstablu. Taj podatak dovoljan nam je za efikasan pronalazak K -tog najmanjeg elementa i za brisanje istog.

PUTEVI

„Ukorijenimo“ stablo, tako da za svaki čvor možemo reći tko mu je roditelj i tko su mu djeca. Odaberimo neki vrh v i promotrimo sve puteve u kojima se nalazi vrh v i koji se osim v sastoje samo od njegovih potomaka. Te puteve možemo podijeliti u dvije kategorije:

1. putevi koji završavaju u vrhu v – označimo njihovu ukupnu težinu sa $A(v)$;
2. putevi koji prolaze kroz v , ali ne završavaju u njemu – označimo njihovu ukupnu težinu sa $B(v)$.

Neka je D skup kojeg čine sva djeca vrha v ; neka je c_u težina brida koji spaja v i njegovo dijete u . Svaki put koji završava u v započeo je u nekom njegovom podstablu, te prije vrha v prošao kroz neko njegovo dijete:

$$A(v) = \sum_{u \in D} (A(u) + 1) \cdot c_u$$

Svaki put koji prolazi kroz v počeo je u jednom njegovom postablu i završava u drugom:

$$B(v) = \sum_{\substack{u1 < u2 \\ u1, u2 \in D}} (A(u1) + 1) \cdot c_{u1} \cdot (A(u2) + 1) \cdot c_{u2} = \frac{1}{2} \left(\left(\sum_{u \in D} (A(u) + 1) \cdot c_u \right)^2 - \sum_{u \in D} (A(u) + 1)^2 \cdot c_u^2 \right)$$

Koristimo desnu jednakost jer nju možemo izračunati u linearnom vremenu.

Traženo rješenje je suma $A(v)$ i $B(v)$ za sve vrhove v stabla.